

A matematika helyi tanterve

Matematika helyi tanterv 7-12. osztály

Alapdokumentumok:

EMMI kerettanterv 51/2012. (XII. 21.) EMMI rendelet

4. sz. melléklet 4.2.04 – Matematika a gimnáziumok 7–12. évfolyama számára

Általános célok, feladatok:

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind-inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét.

Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez.

A matematika lehetőséget ad az alapvető törvényszerűségek nyomon követésére: az egyes elméleti modellek mindennapi életből merített empirikus tapasztalatok alapján történő igazolására.

A matematikai eszköztudás nagy szerepet játszik a természettudományi és műszaki életpályára való szocializálás terén is.

Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való

reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, és értéknövekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát

csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől, és így tovább. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen tovább tanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem,

az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az iskola tankönyvválasztásának szempontjai

A szakmai munkaközösségek a tankönyvek, taneszközök kiválasztásánál a következő szempontokat veszik figyelembe:

- a taneszköz feleljen meg az iskola helyi tantervének;
- a taneszköz legyen jól tanítható, jól tanulható;
- a taneszköz nyomdai kivitelezése legyen alkalmas a tantárgy óraszámának és igényeinek megfelelő használatra több tanéven keresztül;
- a taneszköz minősége, megjelenése legyen alkalmas a diákok esztétikai érzékének fejlesztésére, nevelje a diákokat igényességre, precíz munkavégzésre, a taneszköz állapotának megóvására;

Előnyben kell részesíteni azokat a taneszközöket:

- amelyek több éven keresztül használhatók;
- amelyek egymásra épülő tantárgyi rendszerek, tankönyvcsaládok, sorozatok tagjai;
- amelyekhez megfelelő nyomtatott kiegészítő taneszközök állnak rendelkezésre (pl. munkafüzet, tudásszintmérő, feladatgyűjtemény, gyakorló);
- amelyekhez rendelkezésre áll olyan digitális tananyag, amely interaktív táblán segíti az órai munkát pl. feladatok, videók, animációk, 3D modellek, szerkesztő és grafikonrajzoló, statisztikai programok, interaktív feladatok, számonkérési lehetőségek, játékok stb. segítségével.
- amelyekhez olyan hozzáférés biztosított, amely az iskolában használt digitális eszközöket és tartalmakat interneten keresztül a diákok otthoni tanulásához is nyújtani tudja.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés,

kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);

- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoporthoz tartozó munka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.
- **év végi vizsgadolgozat**

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik észrevételeit, javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

A helyi tanterv óraszámai:

	7. osztály	8. osztály	9. osztály	10. osztály	11. osztály	12. osztály
Heti óraszámok	3	3	4	3	3	4
Évi óraszámok	111	111	111	111	111	128

A tantervben szereplő megemelt óraszámok nem tartalmazzák a kerettantervben előírt tananyagot kívül kiegészítő anyagot; a többlet órákat gyakorlásra, ismétlésre szánjuk.

7–8. évfolyam

Az új iskolatípus lehetőséget nyújt arra, hogy pozitív motivációval hozzásegítsünk minden tanulót a matematikai gondolkodás örömeinek megismeréséhez. Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt kell helyoznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (a korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során

lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező-képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reáltárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reáltárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

7. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	3 óra/hét
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika	26
2. Számelmélet, algebra	45
3. Geometria	40

Összesen:		111
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	
Előzetes tudás	Összehasonlításhoz, viszonyításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; legalább; legfeljebb; nem; és; vagy; minden, van olyan). Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Az anyanyelv tudatos használata tények és gondolatok megjelenítésére.</p> <p>Gondolatok (állítások, feltételezések, választások stb.) világos, érthető szóbeli és írásbeli közlése. Egyszerű állítások igazságának eldöntése. Fogalmak, állítások logikai kapcsolata. A bizonyítási igény fejlesztése.</p> <p>A matematikai bizonyítás előkészítése; ellenpéldák szerepe a cáfolásban. Kommunikáció, együttműködés fejlesztése.</p> <p>Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése.</p> <p>Önfejlesztés, önellenőrzés segítése kombinációs készség fejlesztése.</p> <p>A digitális technológiák kritikus használatának bevezetése. A matematikai műveltség fontosságának erősítése, pozitív attitűd kialakítása.</p>	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Elemek halmazokba rendezése, adott halmaz elemeinek felsorolása.</p> <p>Halmazfogalom szemléletes kialakítása.</p> <p>Halmazok megadási módjai.</p>	<p>Lényeges és lényegtelen információk szétválasztása. Elemek, adatok szétválogatása két szempont szerint: (halmazba tartozó vagy nem).</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak hangok rendszerezése.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények rendszerezése.</p> <p><i>Földrajz:</i> földrészek országai.</p> <p><i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.</p>
<p>Véges, végtelen halmazok, intervallumok.</p> <p>Végtelen számosság szemléletes fogalma.</p>	<p>Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.</p>	
<p>Részhalmaz, kiegészítő halmaz, unió, metszet, különbség. Alaphalmaz és komplementer halmaz.</p> <p>Részhalmazok száma.</p>	<p>Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása.</p> <p>Elnevezések, jelölések megtanulása, definíciókra való emlékezés.</p> <p>Megosztott figyelem: két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> egyed alatti szerveződési szintek részhalmazkapcsolata.</p> <p><i>Informatika:</i> adattárolás szerkezete; könyvtári ismeretek.</p>

		<i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
A nyelv logikai elemeinek használata: az „és”, „vagy”, „ha ... akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” kifejezések.	Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztése a logika megfelelő elemeinek felhasználásával. Matematikai tartalmú szöveg értése, értelmezése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Egyszerű állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> az anyanyelvi kommunikáció fejlesztése a logika megfelelő elemeinek felhasználásával. <i>Ének-zene:</i> népdalok szövegének vizsgálata a logika segítségével. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> kommunikációs kompetencia: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.
Az „akkor és csak akkor” használata. Tétel és megfordítása. <i>Matematikatörténet:</i> Eukleidész szerepe a tudományosság kialakításában. Pólya György: A gondolkodás iskolája.	Konkrét tételek, állítások megfogalmazásában a szükséges és az elégséges feltételek megkülönböztetése. Matematikai tartalmú szöveg értése, értelmezése. Érvelés alkalmazása indoklásokban. Adott tétel megfordításának megfogalmazása, a megfordítás értelmezése, igazságtartalmának eldöntése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges, végtelen halmaz, intervallum. Részhalmaz, kiegészítő halmaz. Alaphalmaz és komplementer halmaz. Unió, metszet, különbség, „és”, „vagy”, „ha ... akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” kifejezés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	A racionális számok helyes leírása, olvasása, számegyenesen való ábrázolása, két szám összehasonlítása. Helyes műveleti sorrend ismerete a négy alpművelet esetén.	

	<p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű, konkrét arányossági feladatok megoldása következtetéssel. A százalék fogalmának ismerete.</p> <p>2, 3, 5, 9, 10, 100-zal való oszthatósági szabály ismerete. Osztó, többszörös közös osztó, közös többszörös fogalma.</p> <p>Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.</p> <p>Egyszerű elsőfokú egyismeretlenes egyenletek megoldása szabadon választható módszerrel.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése.</p> <p>Absztrahálás, betűkifejezések használata, egyszerűsítő eljárások megismertetése.</p> <p>Szövegben megfogalmazott helyzet, történet megfigyelése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása.</p> <p>Matematikatörténeti érdekességeken keresztül a tantárgyi motiváció erősítése. Digitális technikák használata.</p>	
<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Mérés, mértékegység használata, átváltás.</p>	<p>Számolás 10 pozitív egész kitevőjű hatványaival.</p>	<p><i>Fizika:</i> mértékegységek átváltása.</p> <p><i>Kémia:</i> atomok száma.</p> <p><i>Földrajz:</i> távolság, terület méretének meghatározása.</p>
<p>A racionális szám fogalma.</p> <p>Racionális számok tizedes tört alakja (véges, végtelen szakaszos tizedes törtek), példák nem racionális számra.</p>	<p>Racionális számok néhány tulajdonságának megismerése.</p> <p>Végtelen szakaszos tizedes törtek tulajdonságainak vizsgálata, periódus meghatározása.</p>	<p><i>Fizika:</i> mennyiségek megadása, értékegységek átváltása.</p>
<p>Műveletek a racionális számkörben.</p>	<p>Műveletek gyakorlása a racionális számkörben.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> számítások.</p>

<p>Műveletek tulajdonságai.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a számfogalom matematikatörténeti fejlődése (számok írása, Rhind-papirusz).</p>	<p>Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.</p> <p>A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása.</p> <p>Számolási készség erősödése a racionális számkörben (fejben és írásban). Eredmények becslése.</p> <p>Számológép használata. Helyes és értelmes kerekítés.</p>	
<p>Ellentett, abszolút érték. Reciprok.</p>	<p>Fejben történő számolás.</p>	<p><i>Fizika:</i> távolságok megadása, hőmérséklet, hőmérsékletváltozás, áram feszültség előjeles értelmezése.</p>
<p>Pozitív egész kitevőjű hatvány fogalma, azonosságai.</p>	<p>A hatvány, hatványozás fogalmának elmélyítése.</p>	
<p>Osztó, többszörös fogalma, osztási maradékok.</p> <p>Oszthatóság fogalma, alaptulajdonságok.</p> <p>Oszthatósági szabályok (4; 8; 25) ismerete.</p> <p>Oszthatósági szabályok rendszerezése.</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok.</p> <p>Számelmélet szerepe a kódolásban, titkosításban.</p>	<p>Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Következtetések.</p> <p>Tanulói együttműködésben részvétel.</p>	
<p>Prímszám, összetett szám fogalma.</p> <p>Számok prímtényező felbontása. A számelmélet alaptétele.</p> <p>Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímelek.</p> <p><i>Matematikatörténeti és számelméleti</i></p>	<p>Hatványok, hatványazonosságok használata.</p> <p>Gondolkodás fejlesztése számelméleti alapú matematikai játékokon keresztül.</p>	

<p><i>érdekességek</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)</p>		
<p>Számrendszerek. Átváltás tízes számrendszerre más alapú számrendszerből. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János. Matematikatörténet: 12-es, 60-as számrendszer.</p>	<p>A helyi értékes írásmód lényegének megértése.</p>	<p><i>Informatika:</i> a kettes számrendszer használata.</p>
<p>Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú egynemű kifejezés fogalma.</p>	<p>Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.</p>	<p><i>Fizika:</i> <i>összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.</i></p>
<p>Algebrai egész kifejezések átalakítása (egytagúak szorzása, egytagú szorzása többtagúval), helyettesítési értékeinek kiszámítása. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei, az arab matematika. Többtagú szorzása többtagúval, összevonás.</p>	<p>Műveletek biztos elvégzése, törekvés a pontos, precíz munkára.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> <i>Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</i></p>
<p>Egy ismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, mérlegelvével. Az alaphalmaz szerepének vizsgálata.</p>	<p>Algoritmus használata, begyakorlása a megoldás során. Az egyenlőtlenségek és a negatív számmal történő szorzás és osztás kapcsolata. Az ellenőrzés fontossága. Megoldáshalmaz ábrázolása számegyenesen.</p>	

Azonosság. Azonos egyenlőtlenség.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális szám. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Hatvány. Prímszám, összetett szám. Számok prímtényező felbontása, relatív prímek. Algebrai egész kifejezés, egytagú, többtagú. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Egy ismeretlenes elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség,	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. A tengelyes tükrözés. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Körző, vonalzó és a szögmérő használata. Szögmásolás, szögfelezés, szakaszfelező merőleges szerkesztése. Háromszögek, négyszögek csoportosítása. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Háromszögek, négyszögek kerületének kiszámítása. Téglatest felszíne és térfogata konkrét esetekben. A térfogat és űrtartalom mértékegységeinek átváltása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a síkban és a térben. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása. A matematika tanulási módszereinek továbbfejlesztése. Tömör, de pontos, szabatos kifejezőképesség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is. Jelek, jelölések, megállapodások megjegyzése. Megfigyelőképesség, vizuális képzelet fejlesztése (képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás). Képi emlékezés, ismeretek felidézése. A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. A pontosság igényének fejlesztése. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése. Geometriai modell készítése. Az esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőképesség kompetenciájának fejlesztése. Digitális technikák felhasználása a feldolgozás során.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok

Szögpárok (egyállású szögek, váltószögek, kiegészítő szögek, merőleges szárú szögek, pótszögek).	A tanult szögpárok felismerése, megnevezése és ábrákon való bejelölése.	
A háromszög belső és külső szögeinek összege. <i>Matematikatörténet:</i> Bolyai Farkas, Bolyai János.	Tételek megfogalmazása megfigyelés és az eddig tanult ismeretek alapján.	
Háromszög-egyenlőtlenség.	Diszkusszió a háromszögek szerkesztésénél.	
Ponthalmazok: – Adott térelemtől adott távolságra levő pontok a síkban. – Két térelemtől egyenlő távolságra levő pontok a síkban. Néhány eset vizsgálata térben is.	Szerkesztések elvégzése. Törekvés a pontos, precíz munkára.	
Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei (magasságvonal, szögfelező, oldalfelező merőleges, középvonal, súlyvonal definíciója, tulajdonságai; magasságpont, súlypont, háromszög köré és beírt kör középpontja, sugara). <i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében.	<i>Fizika:</i> alakzatok súlypontja. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
A négyszögek belső szögeinek összege.	Tételek megfogalmazása megfigyelés és az eddig tanult ismeretek alapján.	
A tanult négyszögek áttekintése. Paralelogramma, rombusz tulajdonságai.	A régebbi ismeretek mozgósítása.	
A tanult speciális négyszögek magassága, középvonala.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok

		használata (geometriai szerkesztőprogram).
Sokszögek. Konvex sokszögek átlóinak száma, belső és külső szögeinek összege.	Háromszög-tulajdonságok alkalmazása.	<i>Vizuális kultúra:</i> Vasarely művészete.
Szabályos sokszögek és tulajdonságai.	Szimmetriaviszonyok áttekintése.	
A kör és részei, érintői.	A fogalmak pontos ismerete.	<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.
Középpontos tükrözés. A transzformáció tulajdonságai, alakzat képének szerkesztése.	Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során.	<i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.
Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban.	Középpontosan szimmetrikus alakzatok keresése a természetben, művészeti alkotásokban, a közvetlen környezetben (pl. Penrose, Escher, Vasarely). Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.	<i>Vizuális kultúra:</i> festmények geometriai alakzatai.
Eltolás a síkban.	Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése.	
Pont körüli forgatás tulajdonságai és szerkesztési eljárások elsajátítása.	Egyszerű geometriai alakzatok adott pont körüli elforgatásának megszerkesztése.	<i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei.	Geometriai állítások igazolása konkrét feladatokban az egybevágóság alapeseteinek felhasználásával.	
Középpontos nagyítás és kicsinyítés szerkesztése konkrét arányokkal. Szakasz arányos osztásának szerkesztése.	A középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.	<i>Földrajz:</i> térképészeti ismeretek.

<p>Nevezetes szögek szerkesztése.</p> <p>Szögfelezés és szögmásolás.</p> <p>Háromszögek szerkesztése.</p> <p>Négyszögek szerkesztése.</p> <p>Kör érintőinek szerkesztése.</p>	<p>Szerkesztési eljárások feladatokban.</p> <p>Szerkesztési terv készítése. Vázlatkészítés. A szerkesztés menetének leírása.</p> <p>Pontos, esztétikus munkára. nevelés.</p>	<p><i>Informatika:</i> szerkesztési programok használata.</p>
<p>Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak és köreinek szerkesztése.</p>	<p>Nevezetes vonalak és pontok változásának dinamikus szemléltetése számítógépes szerkesztési program segítségével.</p>	<p><i>Informatika:</i> egy szerkesztési program felhasználói szintű ismerete.</p>
<p>A vektor fogalma. .</p>		<p><i>Fizika:</i> elmozdulás, erő, sebesség.</p>
<p>Háromszögek, négyszögek és a kör kerülete, területe.</p>	<p>A terület meghatározása átdarabolással.</p> <p>A kör kerületének közelítése méréssel.</p> <p>Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a hétköznapi problémák területtel kapcsolatos számításai (lefedések, szabászat, földmérés).</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Szögpár. Háromszög, négyszög, sokszög, kör.</p> <p>Egybevágósági transzformáció. Középpontos nagyítás és kicsinyítés. Paralelogramma, rombusz.</p> <p>A vektor, vektorműveletek.</p> <p>Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei.</p> <p>Háromszög-, négyzet-, téglalapalapú egyenes hasáb, forgáshenger, forgáskúp, gúla, gömb.</p>	

8. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	3 óra/hét
1. Gondolkodási módszerek, kombinatorika	10
2. Számelmélet, algebra	45
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	22
4. Geometria	18
5. Valószínűség, statisztika	16
Összesen:	111

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, kombinatorika	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Konkrét dolgok adott szempont(ok) szerinti rendezése, rendszerezése. Néhány elem kiválasztása, elemek sorba rendezése különféle módszerekkel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése kombinációs készség fejlesztése. A digitális technológiák kritikus használatának bevezetése. A matematikai műveltség fontosságának erősítése, pozitív attitűd kialakítása.	
Sorbarendezés, néhány elem esetén.	kiválasztás Kreativitás az összes lehetőség többféle felsorolási módjában. Különböző tárgyak, elemek, számok, betűk, lehetőségek sorba rendezése, néhány elem kiválasztása. Különböző események kimeneteli lehetőségeinek számbavétele.	<i>Informatika:</i> Adattárolás kettes számrendszerben (kettes számrendszerbe átírt számok lehetséges esetei).
Permutáció (ismétlés nélküli és ismétléses).	Kombinatorika a mindennapokban: tudatos megfigyelés és értelmezés összeszámlálási és kiválasztási	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása

Számolás faktoriálissal.	feladatokban. A tapasztalatok rögzítése. (Az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni.) Rendszerezés gyakorlása. Szöveg matematika nyelvre fordítása, matematikai modell készítése.	a kombinatorika eszközeivel.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	<p>A racionális számok helyes leírása, olvasása, számegyenesen való ábrázolása, két szám összehasonlítása. Helyes műveleti sorrend ismerete a négy alpművelet esetén.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű, konkrét arányossági feladatok megoldása következtetéssel. A százalék fogalmának ismerete.</p> <p>Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.</p> <p>Egyszerű elsőfokú egy ismeretlenes egyenletek megoldása szabadon választható módszerrel.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése.</p> <p>Absztrahálás, betűkifejezések használata, egyszerűsítő eljárások megismertetése.</p> <p>Szövegben megfogalmazott helyzet, történet megfigyelése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása.</p> <p>Matematikatörténeti érdekességeken keresztül a tantárgyi motiváció erősítése. Digitális technikák használata.</p>	
A négyzetgyök fogalma.	Számológép használata. Nagyságrendi becslés.	
Valós számkör. A valós számok és a számegyenes kapcsolata.	Annak belátása, hogy $\sqrt{2}$ nem racionális szám.	

<p>Arány, aránypár, arányos osztás.</p>	<p>Számológép használata. A kapott eredmény helyességének vizsgálata. Arányos osztás a mindennapi életben: részekre osztás.</p>	<p>Földrajz: térképek méretarányainak értelmezése.</p>
<p>Egyenes és fordított arányosság.</p>	<p>Megfelelő modell keresése szöveges feladatokhoz. Mérési eredmények és a kerekítés kapcsolata. A számolandó eredmény becslése.</p>	<p>Fizika; kémia: arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban.</p>
<p>Százalékszámítási, kamatszámítási feladatok.</p>	<p>Következtetés. Takarékossági, gazdaságossági számítások.</p>	<p>Technika, életvitel és gyakorlat: pénzeszközök takarékos, gazdaságos felhasználása, kamatszámítás. Földrajz: népességváltozás.</p>
<p>A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”).</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a mindennapokból: százalékszámítás (pl. megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, élelmiszerek százalékos összetétele). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Értelmes kerekítés.</p>	<p>Technika, életvitel és gyakorlat: tudatos élelmiszer-választás, pénzkezelés.</p>
<p>Nulla és negatív egész kitevőjű hatvány fogalma, a hatványozás azonosságai.</p>	<p>Permanencia-elv bemutatása konkrét számokkal. A bizonyítási igény. fejlesztése</p>	
<p>Számok normálalakja. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével.</p>	<p>A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.</p>	<p>Fizika; kémia; földrajz; biológia-egészségtan: Tér, idő, nagyságrendek. Méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig.</p>

<p>Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú egynemű kifejezés fogalma.</p>	<p>Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.</p>	<p>Fizika: összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.</p>
<p>Algebrai egész kifejezések átalakítása (egytagúak szorzása, egytagú szorzása többtagúval), helyettesítési értékeinek kiszámítása.</p> <p>Matematikatörténet: az algebra kezdetei, az arab matematika.</p> <p>Többtagú szorzása többtagúval, összevonás.</p>	<p>Műveletek biztos elvégzése, törekvés a pontos, precíz munkára.</p>	<p>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</p>
<p>Nevezetes azonosságok:</p> <p>$(a \pm b)^2$ összeg alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja.</p>	<p>Kreativitás többféle bizonyítási módszer alkalmazása során. Az algebra és geometria összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p> <p>Ismeretek tudatos memorizálása.</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Szorzáttá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Teljes négyzetté alakítás.</p>	<p>A tanult azonosságok felhasználása.</p>	
<p>Oszthatósági feladatok nevezetes azonosságokkal.</p>	<p>A bizonyítási igény kialakítása oszthatósági feladatokban.</p> <p>Érvelés képességének fejlesztése.</p> <p>A matematikai próbálkozás, sejtés, cáfolat, bizonyítás láncolatának bemutatása egy-egy számelméleti probléma megoldásánál.</p>	
<p>Egy ismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, mérlegelvével.</p>	<p>Algoritmus használata, begyakorlása a megoldás során.</p> <p>Az egyenlőtlenségek és a negatív számmal történő szorzás és osztás kapcsolata.</p> <p>Az ellenőrzés fontossága.</p>	

Az alaphalmaz szerepének vizsgálata. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség.	Megoldáshalmaz ábrázolása számegyenesen.	
Elsőfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása nevezetes azonosságok, szorzattá alakítás felhasználásával.	A tanult algebrai átalakítások beépítése a megoldásba.	
Elsőfokú két ismeretlenes egyenletrendszerek megoldási módszerei.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák megértése, a megoldást segítő ábra elkészítése. Matematikai modellalkotás (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Fizika: mozgások, erőtvények. Kémia: számítások.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális szám, valós szám, négyzetgyök. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes és fordított arányosság. Hatvány. Normálalak. Algebrai egész kifejezés, egytagú, többtagú. Egy ismeretlenes elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség. Elsőfokú két ismeretlenes egyenletrendszer. Azonosság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, sorozatok	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. Számegetenes, számintervallumok ábrázolása, leolvasása ábráról. Pont koordinátáinak ismerete Descartes-féle koordináta-rendszerben. Sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályfelismerés.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Tudatos megfigyelés tulajdonságok és kapcsolatok szerint. Lineáris folyamatok, a meredekség jelentésének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Sorozatok vizsgálata.</p> <p>A sorozat mint speciális függvény.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> háromszögszámok, négyzetszámok.</p>	<p>Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata (növekedés, csökkenés).</p> <p>Néhány elemével adott sorozathoz szabályok keresése.</p>	
<p>Hozzárendelések fajtái.</p> <p>Alapfogalmak.</p> <p>A függvény fogalma, elemi tulajdonságai (értelmezési tartomány, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, értékkészlet).</p>	<p>Konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján.</p> <p>Számítógép használata a függvények vizsgálatára</p>	<p><i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok.</p> <p>A lineáris függvények tulajdonságai.</p> <p>Az egyenes arányosság.</p>	<p>Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása.</p> <p>Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően.</p> <p>Lineáris kapcsolatok vizsgálata a hétköznapiakban.</p>	<p><i>Fizika:</i> a sebesség és az út-idő grafikon kapcsolata; az ellenállás és a feszültség-áramerősség grafikon kapcsolata.</p>
<p>A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.</p> <p>Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján.</p>	<p>Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.</p> <p>Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.</p>	
<p>Az abszolútérték-függvény.</p> <p>Az $x \mapsto x + b$, illetve $x \mapsto x + c$ függvény grafikonja és tulajdonságai.</p>	<p>Számítógép használata a függvények ábrázolására.</p> <p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	
<p>A másodfokú függvény.</p> <p>Az $x \mapsto (x + b)^2$, illetve az $x \mapsto x^2 + c$ függvény grafikonja és tulajdonságai.</p>	<p>Számítógép használata a függvények ábrázolására.</p>	<p><i>Fizika:</i> a gyorsuló mozgás út-idő grafikonja.</p>
<p>A fordított arányosság függvénye.</p>	<p>Számítógép használata.</p>	<p><i>Fizika:</i> adott távolság esetén a sebesség és az</p>

$x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.		idő, adott tömeg esetén a sűrűség és a térfogat. <i>Informatika:</i> számítógépes program az ábrázoláshoz.
Gyakorlati problémák függvényekre.	Példák a gyakorlati életből, mindennapjainkból.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> valós folyamatok a mindennapi életben. <i>Biológia-egészségtan; fizika; kémia:</i> mérési eredmények kiértékelése grafikonok alapján.
Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Matematikatörténet: René Descartes.	A tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, függvény. Értelmezési tartomány, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, értékkészlet. Lineáris függvény, lineáris kapcsolat, meredekség. Abszolútérték-függvény, másodfokú függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Egybevágósági transzformációk, szimmetrikus alakzatok. Körző, vonalzó és a szögmérő használata. Szögmásolás, szögfelezés, szakaszfelező merőleges szerkesztése. Háromszögek, négyszögek csoportosítása. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Háromszögek, négyszögek kerületének, területének kiszámítása. Téglatest felszíne és térfogata konkrét esetekben. A térfogat és űrtartalom mértékegységeinek átváltása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a síkban és a térben. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása. A matematika tanulási módszereinek továbbfejlesztése.	

	<p>Tömör, de pontos, szabatos kifejezőképesség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is. Jelek, jelölések, megállapodások megjegyzése.</p> <p>Megfigyelőképesség, vizuális képzelet fejlesztése (képzeletben történő mozgatus, átdarabolás, szétvágás). Képi emlékezés, ismeretek felidézése.</p> <p>A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. A pontosság igényének fejlesztése.</p> <p>A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése. Geometriai modell készítése.</p> <p>Az esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőképesség kompetenciájának fejlesztése.</p> <p>Digitális technikák felhasználása a feldolgozás során.</p>	
<p>Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei (magasságvonal, szögfelező, oldalfelező merőleges, középvonal, súlyvonal definíciója, tulajdonságai; magasságpont, súlypont, háromszög köré és beírt kör középpontja, sugara).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).</p>	<p>Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében.</p>	<p><i>Fizika:</i> alakzatok súlypontja.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Pitagorasz tétele.</p> <p>Thalész tétele.</p> <p>Matematikatörténet: Pitagorasz és Thalész élete és munkássága.</p>	<p>A tételek felhasználása indoklást igénylő feladatokban.</p> <p>Számításos feladatok megoldása.</p> <p>Állítás és megfordításának gyakorlása.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs program használata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> Pitagorasz és kora.</p>
<p>A vektor fogalma.</p> <p>Vektorok összege, különbsége és szorzása számmal.</p> <p>Vektorok összegének, különbségének és számmal való szorzásának szerkesztése.</p> <p>Vektor felbontása összetevőire.</p>	<p>A szerkesztési eljárások előnyeinek és hátrányainak felismerése.</p> <p>Műveletek tulajdonságainak vizsgálata szerkesztések elvégzése után.</p>	<p><i>Fizika:</i> elmozdulás, erő, sebesség.</p>

A vektorműveletek tulajdonságai.		
Háromszög-, négyzet- és téglalap alapú egyenes hasábok, a forgáshenger, forgáskúp, gúla, hálója, tulajdonságai. A gömb.	Elképzelt és valóságos testek tulajdonságainak felismerése, megfogalmazása, különböző hálók készítése konkrét esetekben.	<i>Természetismeret:</i> tárgyak alakja, a tanult testek felismerése. <i>Vizuális kultúra:</i> axonometrikus testábrázolás.
Háromszög-, négyzet- és téglalap alapú egyenes hasábok és a forgáshenger felszíne, térfogata.	Gyakorlati feladatok megoldása.	<i>Kémia:</i> tárolóedények térfogata. <i>Fizika:</i> testek térfogata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Háromszög, négyszög, sokszög, kör. A vektor, vektorműveletek. Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszög-, négyzet-, téglalapalapú egyenes hasáb, forgáshenger, forgáskúp, gúla, gömb.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A világ megismerésének igénye. Valószínűségi, statisztikai szemlélet fejlesztése. Jártasság kialakítása az adatok rendszerezésében, kezelésében. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, kiértékelés, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Együttműködés képességének fejlesztése. Táblázat értelmezése, számítógépes táblázatkezelő használata az adatok rendezésében, értékelésében. Az esély és a relatív gyakoriság fogalmának kialakítása.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	A mindennapi élethez kapcsolódó adatok rendszerezett gyűjtése, ezek alapján értelmes grafikonok készítése. Tendenciák leolvasása, várható események megfogalmazása.	<i>Informatika:</i> az adatok ábrázolására alkalmas program. <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
Adathalmazok elemzése (módusz, medián, átlag) és értelmezése, ábrázolásuk.	A napi sajtóból, internetről, tapasztalatból különböző grafikonok keresése, elemzése.	<i>Földrajz:</i> statisztikai adatok jellemzése (átlagos népsűrűség, országok különböző

	Adatok gyűjtése különböző témákhoz kapcsolódóan, ezekből középértékek meghatározása.	szempont szerinti rangsorai). <i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
- Valószínűségi kísérletek végzése, gyakorisági táblázat készítése. A relatív gyakoriság fogalma, kiszámítása. Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség számítás fejlődéséről.	Tudatos megfigyelés. A tapasztalatok rögzítése.	
Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma. A kombinatorikus valószínűség szemléletes fogalma.	Különböző élethelyzetek eseményeit vizsgálva az adott feltételeknek eleget tevő összes lehetőség meghatározása és ezen belül az adott szempontok szerinti összes jó lehetőség kiválasztása. Valószínűségi gondolkodás fejlesztése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adatsokaság, diagram, módusz, medián, átlag. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély.	

A fejlesztés várt eredményei akét évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. A tanulók képesek elemeket halmazba rendezni több szempont alapján. – A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságának eldöntése, tagadás. – Gondolatok (állítások, feltételezések, indoklások) világos, érthető szóbeli és írásbeli közlése. Egyre pontosabb szövegértelmezés. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. Szisztematikus összeszámlálással az összes lehetőség megadása. – Fagráfok használata feladatok megoldásánál. – A bizonyítás iránti igény kialakulása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. – Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Normálalak használata a számok egyszerűbb írására, számolás normálalakokkal. – A négyzetgyökvonás műveletének használata geometriai feladatoknál
--	---

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata.
- A tanulók célszerűen tudják használni a betűkifejezéseket (algebrai egész kifejezések) és az azokkal tanult műveleteket matematikai, hétköznapi, természettudományi problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése).
- Elsőfokú, egy-; két ismeretlenes egyenlet, illetve egyenletrendszer megoldási módszereinek ismerete. Szöveges gyakorlati problémák megoldása a megtanult egyenlet-megoldási módszerekkel. Egy ismeretlenes egyenlőtlenség megoldása.
- A tanulók tisztában vannak a százalékszámítás alapfogalmaival, értik a tanult összefüggéseket, tudják alkalmazni ismereteiket a feladatmegoldások során.
- A számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

Függvények, sorozatok

- Függvények megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján, függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása

Geometria

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyzetek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.
- Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztési lépések elvégzése.
- Egybevágósági transzformációk felismerése, tulajdonságainak ismerete. Szerkesztések elvégzése (tengelyes és középpontos tükrözés,

	<p>pont körüli elforgatás, eltolás). Középpontos kicsinyítés és nagyítás elvégzése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Középpontosan szimmetrikus alakzatok tulajdonságainak ismerete és felhasználása geometriai feladatok megoldásánál. – A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete (oldalak párhuzamossága, egyenlősége, szimmetria). – A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel ismerete és alkalmazása. – A vektor fogalmának és a vektorokkal végzett műveleteknek az ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása. (Háromszögek, négyszögek területének kiszámítása. Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszíne és térfogata. A forgáskúp, a gömb felismerése.) – A tanuló képes térbeli alakzatok axonometrikus képét felvázolni, és ennek segítségével sikeresen old meg problémákat. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása, értelmezése. – A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése. – Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, gyakoriságok, relatív gyakoriságok meghatározása – Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt. – Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban – A tanulónak van némi rálátása a legnagyobb matematikusok munkásságára, a magyar matematikusok eredményeire.
--	--

9–10. évfolyam

A hat évfolyamos gimnázium második szakaszában a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként való közreműködésben. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenkori által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulóhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulóknak előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyökkel járhat a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulóknak digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, a gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

9. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	4 óra/hét
1. Gondolkodási módszerek, logika, kombinatorika	21
2. Számelmélet, algebra	60
3. Függvények	27
3. Geometria	40
Összesen:	148

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 21 óra
Előzetes tudás	Egyes matematikai szakkifejezések ismerete. Sorbarendezés, kiválasztás. Permutáció, faktoriális.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés fejlesztése. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. Nyitottság és önbizalom kialakítása az új, a kombinatorikus gondolkodás megismeréséhez.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Tétel kimondása, bizonyítása (direkt, indirekt).	Matematikai tartalmú szöveg értése, értelmezése. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának kapcsolata-	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.
Skatulyaelv, logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	

<p>Variáció (ismétlés nélküli és ismétléses).</p> <p>Kombináció (ismétlés nélküli).</p> <p>Binomiális együttható jelentése, kiszámítása.</p> <p><i>Matematikatörténet: Pascal.</i></p>	<p>Szöveg matematikai nyelvre fordítása, kombinatorikus modell készítése, kombinatorikus gondolkodás.</p> <p>Esetfelsorolás, érvelés, a szempontok és a feltételek állandósága, illetve változtatása.</p> <p>A problémához leginkább illő megoldási mód kiválasztása. A szakszerű, szabatos indoklás megkövetelése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> feladatok a családban, munkamegosztás lehetősége a családon belül.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Variáció, kombináció, binomiális együttható.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra		Órakeret 60 óra
Előzetes tudás	Hatványozás és azonosságai, normálalak, zárójelhasználat, műveletek sorrendje, kiemelés, nevezetes azonosságok, mértékegység-átváltás, négyzetgyök fogalma. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelési és –megoldási készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. A megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés igényének erősítése. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Műveletek egész algebrai kifejezésekkel, nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^3$; $a^3 \pm b^3$.	Korábbi ismeretek felidézése, módszerekre való emlékezés.	<i>Fizika:</i> mozgások leírása.	
Polinom fogalma, adott helyen vett helyettesítési értéke.	Jelek szerepe, alkotása, használata. Különféle alakú, de azonos értelmű kifejezések értelmezése, absztrahálás, konkretizálás, általánosítás.	<i>Fizika:</i> helyettesítési érték kiszámítása adott képlet szerint.	
Algebrai törtkifejezések tartományának meghatározása.	Analógiás gondolkodás alkalmazása.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok elvégzése.	

Műveletek algebrai törtekkel (összeadás, kivonás, szorzás, osztás).		
Négyzetgyökös betűkifejezések értelmezési tartományának vizsgálata. Négyzetgyökvonás azonosságai. Algebrai négyzetgyököt átalakítások tartalmazó kifejezésekkel.	Kifejezések egyszerűbb alakra hozása, algoritmusok alkalmazása, megfordítása.	<i>Fizika:</i> négyzetgyökkel felírt képletek használata (fonálinga, rezgésidő).
Számrendszerek. Átírás tízes számrendszerből más alapú számrendszerbe. Matematikatörténet: Neumann János.	Számrendszeres gondolkodás, átkódolás másik modellbe.	<i>Informatika:</i> a kettes és a 16-os számrendszer, az adattárolás egységei, gép és ember kapcsolata.
Egy ismeretlenes egyenletek megoldása különböző módszerek segítségével: mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány vizsgálat, értékészlet-vizsgálat, grafikus megoldás.	Algoritmusok használata.	<i>Kémia:</i> az oldatok összetételével kapcsolatos számítások: hígítás, töményítés, keverés. <i>Fizika:</i> egyenletmegoldás a kinematikában és a dinamikában.
Törtes egyenletek.	Ismeretek felidézése, alkalmazása.	
Egy és két abszolút értéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés.	<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
Elsőfokú két ismeretlenes egyenletrendszer megoldása új ismeretlen bevezetésével. Egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A szöveg matematikai modellezése, az ellenőrzés elvégzése. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Teljes négyzetté alakítás.	Megoldások keresése többféle úton.	
Adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet megoldási lépések megismerése. Hamis gyök, gyökvesztés vizsgálata.	Diszkussziós igény algebrai feladatokban. Az ellenőrzés fontosságának bemutatása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények		Órakeret 27 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A függvény fogalmának és elemi tulajdonságainak rendszerezése. Új függvénytulajdonságok: paritás, korlátosság.	Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés és diagramkészítés táblázatkezelővel.	
Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto a \cdot x+b + c$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Informatika:</i> átlagos abszolút eltérés függvénye.	
A négyzetgyökfüggvény: $x \mapsto a \cdot \sqrt{x+b} + c$ ($a \neq 0; x \geq -b$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> a matematikai inga lengésideje.	
A másodfokú függvény $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Rendszerezés, kapcsolatok felismerése.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése, az eredmények ellenőrzése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
A tanult függvények többlépéses transzformációi: $f(x) + c; f(x+c); c \cdot f(x); f(x) ;$ $f(c \cdot x)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. Függvénytranszformációk és geometriai transzformációk kapcsolatának bemutatása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Valós számok részhalmazán értelmezett függvények ábrázolása, vizsgálata.	Az értelmezési tartomány leszűkítése és a	<i>Biológia-egészségtan:</i> a biológiai rendszerek	

	függvénytulajdonságok változásának kapcsolata.	térbeli és időbeli változásait leíró grafikonok értelmezése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvénytulajdonság. Függvénytranszformáció. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Térelemek. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Gömb, hasáb, henger és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A térbeli tájékozódás fejlesztése, tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Térelemek távolsága, hajlásszöge. (Pont távolsága a síktól, két egyenes távolsága, hajlásszöge, egyenes és sík hajlásszöge, két sík hajlásszöge.)	Szemléletes rajzok készítése. A feladatban szereplő tárgyak elképzelése, vázlatos rajzok készítése, összevetésük az eredetivel, a modell „jóságának” megítélése, idealizáló absztrakció.		
Ívmérték, középponti szög, kerületi szög.	Átkódolás különböző modellek között. Mérőszám és mértékegység viszonya.	<i>Fizika:</i> körmozgás, harmonikus rezgőmozgás.	
A körív hossza, körcikk középponti szöge, területe.	Az egyenes arányosság megállapítása tapasztalat alapján. A szemlélet alapján felismert összefüggések képletben történő leírása, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> adatok szemléltetése kördiagram segítségével.	
Kerületi és középponti szögek tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként lejegyzése, következtetések levonása.		
Középpontos hasonlóság és tulajdonságai.	Geometriai modell készítése.	<i>Fizika:</i> lejtőn történő mozgás leírása során	

<p>A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai.</p> <p>Transzformációk szorzatának szerkesztése.</p> <p>A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p> <p>Szakasz arányos osztása.</p>	<p>Geometriai transzformációkban megfigyelt megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése, tudatosítása.</p> <p>Diskusszió végzése.</p>	<p>hasonló háromszögek keresése.</p> <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, az arany metszés felismerése a természetben és a művészetekben.</p>
<p>Arányossági tételek a háromszögben (befogótétel, magasságtétel, szögfelezőtétel).</p> <p>Mértani közép szerkesztése.</p>	<p>A megoldott probléma főbb lépéseinek leírása és az indoklást igénylő problémák egyes lépéseinek szabatos megfogalmazása.</p> <p>A Thalész-tétel felidézése.</p>	
<p>Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.</p>	<p>Négyszögek osztályozása, különbözőségeik, azonosságok tudatosítása.</p> <p>Szükséges és elégséges feltételek felismerése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> építészet.</p>
<p>Hasonló síkidomok kerületének és területének aránya.</p>	<p>Térképkészítési elvek megértése, a valós viszonyok becslése térkép alapján.</p>	<p><i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Ívmérték, középponti szög, kerületi szög. Hasonlóság. Húrnégyszög, érintőnéyszög.</p>	

10. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	3 óra/hét
1. Számelmélet, algebra	46
2. Függvények	10
3. Geometria	40
4. Valószínűség, statisztika	15
Összesen:	111

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Számelmélet, algebra	Órakeret 46 óra
Előzetes tudás	Hatványozás és azonosságai, normálalak, zárójelhasználat, műveletek sorrendje, kiemelés, nevezetes azonosságok, mértékegység-átváltás, négyzetgyök fogalma. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelési és –megoldási készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. A megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés igényének erősítése. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
Az n -edik gyök fogalma és azonosságai.	Fogalmak módosulása újabb tapasztalatok, ismeretek szerint; egy-egy fogalom újabb fogalommal bővítése. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> atomfizika (bomlástörvény, aktivitás).

<p>A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.</p>	<p>A megoldóképlet készségszintű használata.</p> <p>Algoritmus keresése, általánosítás.</p> <p>A megismert gondolatmenet panelként való felhasználása.</p> <p>Számológép használata.</p>	<p><i>Fizika: gyorsuló mozgás.</i></p>
<p>Diszkrimináns fogalma, vizsgálata.</p>	<p>Diszkusszió.</p>	
<p>A gyöktényezős alak, másodfokú polinom szorzattá alakítása, törtkifejezések egyszerűsítése.</p>	<p>Egyszerűsítő eljárások kifejlesztése: új ismeretlen bevezetése, szorzattá alakítás.</p>	
<p>Gyökök és együtthatók közötti összefüggések.</p>	<p>A gyöktényezős alak és az együtthatók közötti kapcsolat megfigyelése, megértése.</p>	
<p>Másodfokúra visszavezethető egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása.</p> <p>Matematikatörténet: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.</p>	<p>Ismeretek felidézése, alkalmazása.</p>	
<p>Másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatok.</p>	<p>Modellalkotás, a megoldás szövegben történő ellenőrzése, összevetése a valósággal.</p>	
<p>Másodfokú egyenlőtlenség.</p>	<p>A másodfokú függvény eszközjellegű alkalmazása.</p>	<p><i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.</i></p>
<p>Szélsőérték feladatok megoldása teljes négyzetté alakítással.</p>	<p>Szöveges feladatokban előforduló maximum-minimum helyek és értékek megállapításához</p>	<p><i>Fizika: mozgások.</i></p>

	szükséges eljárás kidolgozása, megértése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: egy választott probléma megoldásának a folyamata szükséglet, illetve igény szerint.</i>
Számítási közép és mértani közép definíciója. Összefüggés két pozitív szám számítási és mértani közepe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak számítása, a változás leírása, a nagyságrendi viszonyok megfigyelése. A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (algebra és geometria).	<i>Informatika: beépített átlagfüggvények.</i>
Négyzetgyökös egyenletek megoldása grafikus és algebrai úton. (Egy-két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek.)	Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása.	<i>Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás.</i>
Adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet megoldási lépések megismerése. Hamis gyök, gyökvesztés vizsgálata.	Diszkussziós igény algebrai feladatokban. Az ellenőrzés fontosságának bemutatása.	
Másodfokú egyenletrendszerek. Másodfokú egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	Eljárásokra, módszerekre való emlékezés. A korábban megismert eljárások, módszerek panelként való felhasználása.	<i>Fizika: ütközések.</i>
Egyszerű trigonometrikus egyenletek ($k \cdot f(c \cdot x) = d$).	Periodikus jelenségek felismerése a mindennapokban.	<i>Fizika: harmonikus rezgőmozgás.</i>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Első és másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számítási közép, mértani közép. Trigonometrikus egyenlet.
--------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Függvények		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.		
A függvény fogalmának és elemi tulajdonságainak rendszerezése. Új függvénytulajdonság: periodicitás	Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés és diagramkészítés táblázatkezelővel.	
A trigonometrikus alapfüggvények ($x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \operatorname{tg} x$) ábrázolása, jellemzése.	Időtől függő periodikus jelenségek megfigyelése.	<i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás, váltakozó áram és feszültség leírása.	
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése, az eredmények ellenőrzése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
A tanult függvények többlépéses transzformációi:	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs	

$f(x) + c; f(x + c); c \cdot f(x); f(x) ;$ $f(c \cdot x)$	Függvénytranszformációk és geometriai transzformációk kapcsolatának bemutatása.	<i>programok használata.</i>
Valós számok részhalmazán értelmezett függvények ábrázolása, vizsgálata.	Az értelmezési tartomány leszűkítése és a függvénytulajdonságok változásának kapcsolata.	<i>Biológia-egészségtan: a biológiai rendszerek térbeli és időbeli változásait leíró grafikonok értelmezése.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvénytulajdonság. Függvénytranszformáció. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria		Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Tételek. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokról. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Gömb, hasáb, henger és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. Egybevágóság, hasonlóság.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A térbeli tájékozódás fejlesztése, tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.		
Vektorműveletek, vektorfelbontások rendszerezése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hossza.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanannak a problémának többféle megoldási vetülete. Átkódolás különböző modellek között.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).	

Helyvektorok, szabadvektorok.		
Hegyesszögek szögfüggvényei. Nevezetes hegyesszögek szögfüggvény-értékeinek kiszámítása. Szögfüggvények közötti összefüggések. Emelkedési szög, depressziószög.	Távolságok, szögek kiszámítása síkban és térben. Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. A valós problémák matematikai modelljének megalkotása, a problémák önálló, illetve csoportban való megoldása. Térszemlélet fejlesztése.	<i>Fizika:</i> lejtőn lecsúszó testre ható erők számítása.
Egységkör. Forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése.	Régebbi ismeretek mozgósítása, felhasználása új helyzetben. Időtől függő periodikus jelenségek. Permanencia-elv.	<i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás leírása.
Pitagoraszai összefüggés egy szög szinusz és koszinusz között. Összefüggés a szög és a mellékszög szinusz, illetve koszinusz között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
A háromszög területének többféle kiszámítása (oldal és hozzá tartozó magasság, két oldal és a közbezárt szög, három oldal, beírható kör sugara és a félkerület segítségével).	A mennyiség és a mérőszám kapcsolatának megértése, alkalmazása. Az újabb esetekre való alkalmazhatóság felismerése.	<i>Fizika:</i> grafikonok alatti terület a lendületváltozás, a végzett munka kiszámításakor.
Sokszögek területe.	Korábbi ismeretek alkalmazása.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Bázisvektor, bázisrendszer. Vektorkoordináták. Hegyesszög és forgásszög szögfüggvényei.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Valószínűség, statisztika	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Adatsokaság, diagram, módusz, medián, átlag. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése, a fogalmak mélyítése. A kritikus gondolkodás, a döntéshozatal képességének fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok ábrázolása és értékelése.	Vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram ábrázolása. Rendszerezést segítő eszközök használata (számológép, számítógép). Az adatok kritikus értékelése.	<i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).
Szóródási mutatók (terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás) értelmezése, számolása, az adathalmaz értékelése. Osztályba sorolás.	Mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal. Adatok jegyzése, rendezése, osztályba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Számológép használata. Következtetések levonása, kapcsolatok vizsgálata. Csoportmunkában való együttműködés.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.
Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény. Komplementer esemény.	Az események és a halmazok közötti kapcsolatok.	
Műveletek eseményekkel.	Kétváltozós műveletek értelmezése.	

	Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
A relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	Lényeges és lényegtelen információk szétválasztása.	
A valószínűség szemléletes fogalma, kiszámítása. Klasszikus valószínűségi mező.	Két állítás megítélése abból a szempontból, hogy függetlenek-e.	<i>Biológia-egészségtan:</i> genetikában az egymástól függő vagy független tulajdonságok öröklődése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Diagramok. Szóródási mutatók. Esemény. Valószínűség.	

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Kiválasztási és sorba rendezési feladatok megoldása szisztematikus összeszámlálással. A megoldás gondolatmenetének rögzítése írásban – A gráfokról tanult ismereteiket alkalmazása gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Biztos műveletvégzés a racionális számkörben. – A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak használata átalakítások során. – Polinom fogalmának ismerete. Algebrai törtekifejezések átalakítása, négyzetgyökös kifejezések értelmezési tartományának meghatározása. – Egy ismeretlenes törtes egyenletek, másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek ismerete, alkalmazása. Szöveges és gyakorlati feladatokban a helyes modell megtalálása, a felírt egyenlet, egyenletrendszer megoldása, és a kapott megoldás ellenőrzése. – A másodfokú egyenlet diszkriminánsának vizsgálata. A gyökök és együtthatók közötti összefüggés, a gyöktényező alak alkalmazása. – Egyszerűsítő eljárások alkalmazása speciális magasabb fokú egyenletek megoldásánál (új ismeretlen bevezetése, szorzattá alakítás). – Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetté alakítással. – Egy-két négyzetre emeléssel megoldható négyzetgyökös egyenletek megoldása. Az ekvivalens egyenlet megoldási lépés felismerése. A hamis gyök felismerése, a gyökvesztés lehetőségének kizárása.
--	--

- A grafikus egyenlet megoldási módszer ismerete, és alkalmazása.
- Egyszerű trigonometrikus egyenletek $[k \cdot f(c \cdot x) = d]$ megoldása. A megoldások számának vizsgálata.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére

Függvények

- A függvényfogalom mélyülése új ismeretek során. Új függvényjellemzők ismerete.
- A négyzetgyök függvény, trigonometrikus alapfüggvények ($x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \operatorname{tg} x$) ábrázolása, jellemzése.
- Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése:
 $f(x) + c$; $f(x + c)$; $c \cdot f(x)$; $|f(x)|$; $f(c \cdot x)$.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyokhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnéyszögek tételei).
- A hasonlóság szemléletes tartalmának ismerete. A hasonlósági transzformáció ismerete. A háromszög hasonlósági alapeseteinek ismerete, alkalmazása egyszerű esetekben. A háromszög súlyvonalai, súlypontja. A háromszögre vonatkozó arányossági tételek alkalmazása. Hasonló síkidomok területének aránya.
- Bázisvektorok, bázisrendszer fogalmának ismerete a vektor-koordináták megadásánál. Vektor hosszának kiszámítása.
- Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel háromszögben. A szögfüggvények ismeretének felhasználása gyakorlati problémák megoldásánál. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakítása, a jellemzők kiszámítása képlet alapján: a háromszög területének többféle kiszámítási módjának alkalmazása, sokszögek területe.

	<ul style="list-style-type: none"> – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. – <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának meghatározása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása. – A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődjön. A tanulók képesek legyenek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni, – – A szisztematikus esetszámlálással egy adott esemény bekövetkezésének esélyét tudják meghatározni.
--	--

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói

kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

11. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	3 óra/hét
1. Gondolkodási módszerek, logika, gráfok	14
2. Számelmélet, algebra	35
3. Függvények	12
3. Geometria	50
Összesen:	111

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, matematikai logika, gráfok	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Koordináta-rendszer. A kombinatorika fogalmai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ponthalmazok ábrázolása a koordináta-rendszerben. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése: állítások megfogalmazása, tagadása, megfordítása. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, a gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása konkrét példák alapján.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A kombinatorika alkalmazása egyszerű feladatokban.	A megoldást szemléltető ábrák készítése.	

Ponthalmazok a koordinátasíkon.	Tájékozódást segítő eljárás ismerete.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> gazdasági optimalizálás. <i>Földrajz:</i> GPS.
Állítások, tagadások. Logikai műveletek, értéktáblázatok (negáció, konjunkció, diszjunkció).	Matematikai tartalmú szöveg értése, értelmezése. Következtetés megítélése helyessége szerint. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> leíró nyelvtan, szövegértelmezés. <i>Informatika:</i> kapcsolások, logikai áramkörök.
Gráfelmélet alapfogalmai (gráf, pont, él, út, vonal, kör, egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf). Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. n pontú fagráf éleinek száma.	Szöveges problémák matematizálása, matematikai modell választása az adott szituációhoz. A problémát jól tükröző ábra készítése.	<i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> útvonaltervezés. <i>Kémia:</i> molekulák szerkezeti rajza. <i>Informatika:</i> könyvtárkészítés az operációs rendszerben, adattárolási technológia. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> könyvtárszerkezet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Negáció, konjunkció, diszjunkció. Gráf, pont, él, út, vonal, kör, egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenletek fogalma. Ívmérték.	

	Egységkör, forgásszögek szögfüggvényei. Trigonometrikus függvények.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. Az absztrakciós és szintetizáló képesség fejlesztése. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése, a permanencia-elv felhasználása.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A hatványozás kiterjesztése pozitív alap esetén racionális kitevőre.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a permanencia-elv alkalmazása. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> exponenciális folyamatok.
A hatványazonosságok vizsgálata racionális kitevő esetén.	Ismeretek tudatos memorizálása. Megismert gondolatmenet panelként való felhasználása az új folyamatban.	
A racionális kitevőjű hatvány és az n -edik gyök kapcsolata.	Ismeretek mozgósítása. Régi és új ismeretek összekapcsolása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.
Exponenciális egyenletek. Definíció és azonosságok közvetlen alkalmazása egyenletek megoldásánál.	Exponenciális egyenletre vezető valós problémák modellezése.	<i>Fizika:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
A logaritmus fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése. Ismeretek tudatos memorizálása. Számológép használata.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.
A logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.	A diszkusszió fontosságának tudatosítása: a feltételek miben és hogyan befolyásolják az eredményt.	

Logaritmikus egyenletek. A definíció és az azonosságok közvetlen alkalmazása egyenletek megoldásánál.	Gyakorlati problémákhoz matematikai modell keresése. Számológép használata. Exponenciális egyenletekre vezető valós problémák logaritmus segítségével történő megoldása (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Trigonometrikus egyenletre vezető háromszöggel kapcsolatos valós problémák. A tanult azonosságok alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenlet.	Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához. Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Logaritmus. Periodicitás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, sorozatok		Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Az időbeli tájékozódás fejlesztése: lineáris folyamat, exponenciális folyamat, összehasonlításuk. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Számítógép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Az exponenciális függvény és tulajdonságai.	Permanencia-elv alkalmazása az alaphalmaz kiterjesztésénél.		
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvénymodell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban.	<i>Fizika:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és</i>	

		<i>állampolgári ismeretek:</i> globális kérdések (például erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés Európában).
A logaritmusfüggvény és vizsgálata. Együtt változó mennyiségek összetartozó adatként értelmezése.	Matematikai modell keresése a változások leírására.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális és a logaritmusfüggvények transzformációi: $f(x) + c$; $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Függvények abszolút értéke.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. Függvényrajzoló program használata. Transzformációkban megfigyelt megmaradó és változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> hullámmozgás, rezgőmozgás, váltakozó áram és feszültség. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 50 óra
Előzetes tudás	Vektorok, vektorműveletek, szögfüggvények. Síkidomok kerülete, területe. Síkidomok nevezetes vonalai, pontjai, körei. Távolságfogalom. Egyenletrendszer megoldása. A másodfokú függvény.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A térben, a világ mennyiségi viszonyaiban való tájékozódás fejlesztése: távolságok, szögek, terület, kerület, kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordinátageometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedeztetése.	<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.	
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata.	Szükséges és elégséges feltétel megértése.		

Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátaiból. Vektor $\pm 90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái.		
Műveletek vektorok koordinátaival.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	<i>Informatika:</i> vektorgrafikus ábrázolás.
Színusztétel. Koszínusztétel.	Az algebra és a geometria kapcsolatának felfedezése. Geometriai modell alkalmazása. Megfelelő ábra, megoldási terv készítése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása. <i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása. <i>Vizuális kultúra:</i> esztétikus ábrák.
Szakasz hossza. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának koordinátái. Háromszög súlypontjának koordinátái.	Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	<i>Informatika:</i> egy geometriai szerkesztőprogram felhasználói ismerete.
Az irányvektor, a normálvektor, az irántangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Fizika:</i> mérések értékelése.
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételei.	Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	
Az egyenes normálvektoros, vagy irányvektoros egyenlete.	Egyenes egyenletének felírása; az adatok kiolvasása az egyenletből.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.	Egyenes egyenletének felírása, adatok kiolvasása az egyenletből.	
Egyenesek metszéspontja.	Emlékezés az egyenletrendszer megoldási módszereire.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	Kör egyenletének felírása, adatok kiolvasása az egyenletből.	

A kör és a két ismeretlen másodfokú egyenlet.	Összefüggések felismerése.	
Egyenes és kör kölcsönös helyzete.	Kétismeretlen egyenletrendszer megoldása, a diszkrimináns és a metszéspontok számának a kapcsolata. Az alakzatok képzeletben történő mozgatása. A képzelt és a tényleges megoldás összevetése.	
Kör adott pontjában húzott érintő meghatározása.	Algebrai és geometriai ismeretek összekapcsolása.	
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátáiból és a sugarakból.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Irányvektor, normálvektor, meredekség, skaláris szorzat.	

12. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	4 óra/hét
1. Összefüggések, függvények, sorozatok	26
2. Geometria	36
3. Valószínűség, statisztika	16
4. Rendszerező összefoglalás	50
Összesen:	128

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Függvények, sorozatok	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Egyenlet, egyenletrendszer megoldása. Százalékszámítás.	

<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Az időbeli tájékozódás fejlesztése: lineáris folyamat, exponenciális folyamat, összehasonlításuk. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Számítógép használata.</p>	
<p>Számsorozat fogalma. Sorozat megadása.</p> <p><i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>	<p>A divergens gondolkodás fejlesztése.</p>	<p><i>Informatika:</i> algoritmusok megfogalmazása, tervezése.</p>
<p>Számtani sorozat definíciója, n-edik elemének meghatározása, első n elem összegének kiszámítási módja.</p> <p>A számtani közép tulajdonság.</p> <p>Matematikatörténet: Gauss.</p>	<p>Tudatos megfigyelés adott tulajdonság szerint.</p> <p>A számtani sorozat felismerése, a megfelelő összefüggések használata a problémamegoldás során.</p>	
<p>A mértani sorozat definíciója, n-edik elemének meghatározása, első n elem összegének kiszámítási módja.</p> <p>A mértani közép tulajdonság.</p>	<p>Tudatos megfigyelés adott tulajdonság szerint.</p> <p>A mértani sorozat összefüggéseinek használata a problémamegoldás során.</p>	<p><i>Kémia; fizika; biológia-egészségtan; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.</p>
<p>Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak megismerése (törlesztőrészlet, kamat, THM, gyűjtőjáradék).</p>	<p>A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus).</p> <p>Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p>

	<p>információk azonosítása és összekapcsolása.</p> <p>Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel).</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Számtani sorozat, mértani sorozat. Kamat, kamatos kamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Geometria		Órakeret 36 óra
Előzetes tudás	Síkídomok kerülete, területe. Síkidomok nevezetes vonalai, pontjai, körei. Távolságfogalom. Testek hálója. Hasonlóság. Kocka, téglatest, hasáb, henger felszíne és térfogata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A térben, a világ mennyiségi viszonyaiban való tájékozódás fejlesztése: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
<p>Hengerszerű testek.</p> <p>Kúpszerű testek.</p> <p>Csonkagúla, csonkakúp.</p>	<p>Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségeinek megismerése síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzelttel.</p> <p>Képi emlékezés.</p> <p>Megfigyelés adott tulajdonság szerint.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> axonometria.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p> <p><i>Kémia:</i> kristályok.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a mindennapjainkban előforduló térbeli</p>	

		alakzatok modellje, absztrakciója.
Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése.	Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.	<i>Fizika:</i> terület, kerület meghatározás. <i>Földrajz:</i> térképkészítési elvek.
Sokszögek területe.	A tanult ismeretek felhasználása.	
Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. <i>Matematikatörténet:</i> Arkhimédész, Cavalieri	Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> térfogat- és felszínszámítás.
Hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Középpontosan hasonló testek.	A hasonlósági transzformációk felelevenítése. Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	
Csonkagúla, csonkakúp felszíne és térfogata.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
A gömb síkmetszetei. A gömb felszíne és térfogata.	Ismeretek alkalmazása. Térszemlélet fejlesztése.	

Térgeometria mindennapjainkban.	a	Térgeometriai alkalmazása.	ismeretek	<i>Biológia-egészségtan:</i> keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Csonkagúla, csonkakúp, gömb.			

Tematikai egység / Fejlesztési cél	3. Valószínűség, statisztika			Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Esemény, műveletek eseményekkel.			
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. A modellfogalom mélyítése, a modellek használhatóságának, érvényességi körének vizsgálata.			
Ismeretek	Fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Statisztikai mintavétel, (reprezentatív mintavétel).	Matematikai eszközök igénye.		<i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.	

<p>A valószínűség klasszikus modellje.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a valószínűség számítás történeti érdekességei.</p>	<p>A modell és a valóság kapcsolatának felismerése, vizsgálata.</p> <p>Változatos feladatok megoldása.</p> <p>Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> genetikai számolási feladatok.</p>
<p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavételek.</p>	<p>Modellválasztás a különböző gyakorlati problémákban.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Matematikai valószínűség. Klasszikus valószínűség számítási modell. Reprezentatív mintavétel.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Rendszerező összefoglalás</p>	<p>Órakeret 50 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>A középiskolai matematika anyaga.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiváltság. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
<p>Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Cantor munkássága.</p>	<p>A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).</p>	
<p>Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.</p>	<p>Szövegértés: a szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.</p>	<p><i>Filozófia:</i> a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.</p> <p><i>Informatika:</i> navigációs eszközök használata - hierarhizált és legördülő menük használata.</p>
<p>A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.</p>	<p>Halmazok eszközzellegű használata.</p>	
<p>Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása. Bizonyítási módszerek.</p>	<p>Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.</p>	
<p>Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.</p>	<p>Sorba rendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.</p>	
<p>Gráfelméleti ismeretek rendszerezése.</p>	<p>A szöveg tartalmához megfelelő ábra készítése.</p>	
<p>Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.</p> <p>Valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.</p>	<p>Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései közötti kapcsolat megértése.</p>	
<i>Számelmélet, algebra</i>		

Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés tudatos használata. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i>
Számelméleti ismeretek, számrendszerek.	Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése.	
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, gyökfogalom, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata.</i>
Számítási és mértani közép.		
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzés alkalmazása. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Függvények, sorozatok</i>		

A függvény megadása. A függvények jellemzése.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete.	
Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
Számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	Felismerés, alkalmazás.	
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.	Felismerés, alkalmazás.	
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata transzformációknál.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Felismerés, alkalmazás.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. <i>Matematikatörténet: Euler.</i> Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	

Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Kör és részei. Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Vektorok, és a vektorok koordinátái. Bázisrendszer.		
Vektorok alkalmazásai.		
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		
Koordinátageometriai ismeretek.	A geometria és az algebra összekapcsolása.	
Kerületszámítás, területszámítás.		
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		
Felszín- és térfogatszámítás.	A tanult ismeretek rendszerezése.	
<i>Valószínűség számítás, statisztika</i>		
Adathalmaz jellemzői. Diagramok. Statisztikai mutatók: középértékek és szóródási mutatók.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, több jelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i>

klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Mintavételi eljárások.	pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	szenvedélybetegségek és rizikófaktorok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak		

A fejlesztés várt eredményei akét évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. Feladatok megoldása rendszerezett összeszámlálással, ill. a tanult ismeretek segítségével – A gráfok eszköz jellegű használata problémamegoldásában. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyökvonás, a hatványozás és a logaritmus azonosságainak célszerű alkalmazása konkrét esetekben – Exponenciális és logaritmusos egyenletek alkotása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A számológép biztos és értelmes használata. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvény-transzformációk végrehajtása. – Exponenciális folyamatok matematikai modellje. – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. – A hitelfelvétel kockázatai, előnyei, hátrányai. – Az új függvények ismerete és jellemzése során legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
--	---

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban..
- A geometriai és algebrai ismeretek között összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételeket.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalmának, klasszikus kiszámítási módjának ismerete, alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematika tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

Matematika helyi tanterv – 4 osztályos gimnáziumi képzés

Alapdokumentumok:

EMMI kerettanterv 51/2012. (XII. 21.) EMMI rendelet

3. sz. melléklet 3.2.04 – Matematika a gimnáziumok 9–12. évfolyama számára

Általános célok, feladatok:

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez.

A matematika lehetőséget ad az alapvető törvényszerűségek nyomon követésére: az egyes elméleti modellek mindennapi életből merített empirikus tapasztalatok alapján történő igazolására.

A matematikai eszköztudás nagy szerepet játszik a természettudományi és műszaki életpályára való szocializálás terén is.

Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek

értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás és matematikatanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, értéknövekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember,

biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől, stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulókat gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az iskola tankönyvválasztásának szempontjai

A szakmai munkaközösségek a tankönyvek, taneszközök kiválasztásánál a következő szempontokat veszik figyelembe:

- a taneszköz feleljen meg az iskola helyi tantervének;
- a taneszköz legyen jól tanítható, jól tanulható;
- a taneszköz nyomdai kivitelezése legyen alkalmas a tantárgy óraszámának és igényeinek megfelelő használatra több tanéven keresztül;
- a taneszköz minősége, megjelenése legyen alkalmas a diákok esztétikai érzékének fejlesztésére, nevelje a diákokat igényességre, precíz munkavégzésre, a taneszköz állapotának megóvására;

Előnyben kell részesíteni azokat a taneszközöket:

- amelyek több éven keresztül használhatók;
- amelyek egymásra épülő tantárgyi rendszerek, tankönyvcsaládok, sorozatok tagjai;
- amelyekhez megfelelő nyomtatott kiegészítő taneszközök állnak rendelkezésre (pl. munkafüzet, tudásszintmérő, feladatgyűjtemény, gyakorló);
- amelyekhez rendelkezésre áll olyan digitális tananyag, amely interaktív táblán segíti az órai munkát pl. feladatok, videók, animációk, 3D modellek, szerkesztő és grafikonrajzoló, statisztikai programok, interaktív feladatok, számonkérési lehetőségek, játékok stb. segítségével.
- amelyekhez olyan hozzáférés biztosított, amely az iskolában használt digitális eszközöket és tartalmakat interneten keresztül a diákok otthoni tanulásához is nyújtani tudja.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);

- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoporthmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.
- **év végi vizsgadolgozat**

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik észrevételeit, javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

A helyi tanterv óraszámai:

	9. kNy	9. osztály	10. osztály	11. osztály	12. osztály
Általános-Humán heti óraszámok		4	3	3	4
Évi óraszámok:		148	111	111	128
Kéttannyelvű heti óraszámok	2	3	3	3	4
Évi óraszámok	74	111	111	111	128

Iskolánkban, a tagozatok jellegéből is adódóan, kevés a matematika iránt kimondottan érdeklődő tanuló. A diákok zömének fő célja, hogy az érettségi követelményszintnek megfelelő tudást szerezzenek, erre a tanítási órákon történő rendszeres munkával jó lehetőségük is van. A tantervben szereplő megemelt óraszámok nem tartalmazzák a kerettantervben előírt tananyagon kívül kiegészítő anyagot; a többlet órákat gyakorlásra, ismétlésre szánjuk.

9–10. évfolyam

Korosztályi sajátosságok:

A megismerés módszerei között a célközönség számára elsőrendű a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért

természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűvel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

9. osztály nyelvi előkészítő

A két tanítási nyelvű tagozat nyelvi előkészítő évfolyamán a matematika tanítás célja a tanulók tudásának szinten tartása, egységes szintre hozása. A tanítási év folyamán új ismeretek közlése nem történik, célja az általános iskolában szerzett ismeretek rendszerezése, ismétlése, hogy ezzel elősegítse a tantárgy későbbi idegen nyelven való megértését, tanulását.

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	2 óra/hét
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	13
2. Számtan, algebra	33
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	13
4. Geometria	15
Összesen:	74

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközzellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.

Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott pont-halmazok, adott tulajdonságú pont-halmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Pont-halmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott pont-halmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 33 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, az egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Probléma kezelése és megoldása. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek biztos megoldása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.

<p>Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.</p>	<p>A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.</p>	<p><i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.</p>
<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével.</p> <p>A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.</p>
<p>Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.</p> <p>Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.</p>	
<p>Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele).</p> <p>A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p>
<p>$(a \pm b)^2$, polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok).</p> <p>Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>	<p><i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).</p>

Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Egyenlet		<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenlőtlenség.
--------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó

	<p>Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján.</p> <p>Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.</p>	<p>folyamatok leírása, elemzése.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.</p>
<p>A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.</p>	<p>Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően.</p> <p>Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján.</p> <p>Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.</p>	<p><i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége.</p> <p><i>Kémia:</i> egyenes arányosság.</p> <p><i>Informatika:</i> táblázatkezelés.</p>
<p>Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	
<p>A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	<p><i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Függvények alkalmazása.</p>	<p>Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata.</p> <p>Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program).</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Egyenlet grafikus megoldása.</p>	<p>Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel.</p> <p>Az algebrai és a grafikus módszer összevetése.</p>	<p><i>Fizika;</i> <i>kémia;</i> <i>biológia-egészségtan;</i> <i>földrajz:</i> számítási feladatok.</p>

	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
Háromszögek oldalak szögek közti kapcsolat nevezetes vonalak		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő programok

Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Thalész tétele. A matematika, mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulás vektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyokban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
A Pitagorasz-tétel alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló.. Egybevágó. Szimmetria. Arány.
------------------------------------	--

9. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok	
	Általános-Humán 4 óra/hét	Két tanítási nyelvű 2 óra/hét
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	21	10
2. Számтан, algebra	60	30
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	27	13
4. Geometria	40	21
Összesen:	148	74

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret Á-H: 21 ó Kétt: 10 ó
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközzellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok

Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-

	(a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret Á-H: 60 ó Kétt: 30 ó
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, az egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Probléma kezelése és megoldása. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.</p> <p>Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően.</p> <p>Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Számelmélet elemei.</p> <p>A tanult oszthatósági szabályok.</p> <p>Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</p> <p>Relatív prímek.</p> <p><i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)</p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével.</p> <p>Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása.</p> <p>Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása.</p> <p>Érvelés.</p>	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés,

		áram, feszültség előjeles értelmezése.
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzügyvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok).	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).

	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Egyenlet Elsőfokú két ismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x + c = ax + b$.	Definíciókra való emlékezés.	
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.
--------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret Á-H: 27 ó Kétt: 13 ó
--	--	--

Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika;</i> <i>kémia;</i> <i>biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.

Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika;</i> <i>kémia;</i> <i>biológia-egészségtan;</i> <i>földrajz:</i> számítási feladatok.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret Á-H: 40 ó Kétt: 21 ó
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép	

	és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.
--	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög oldalai és szögei. Háromszög-egyenlőtlenség. Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.
A háromszögek nevezetes vonalai: A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. A háromszög súlyvonalai, súlypontja.		
Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal. Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	

Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele. A matematika, mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulás vektora, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyokban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.

		<i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
A Pitagorasz-tétel alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.
------------------------------------	--

10. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	3 óra/hét
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10
2. Számтан, algebra	44
3. Geometria	42
4. Valószínűség, statisztika	15
Összesen:	111

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközzellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	

<p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése.</p> <p>Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása.</p> <p>Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközzellegű használata.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p>
<p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje).</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>

	<p>Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés.</p> <p>Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorba rendezés, gyakorlati problémák.</p> <p>Kombinatorika a mindennapokban.</p>	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden eset meg kell találni, de minden eset csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés).</p> <p>Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika, mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>
<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.</p>	<p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban.</p> <p>Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal.</p> <p>Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha, akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 44 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, az egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és azok megoldása. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.</p> <p>Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően.</p> <p>Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldó képlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldó képlet összekapcsolódása). A megoldó képlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	

<i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.		
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx+d$.	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria	Órakeret 42 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.
---	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Középpontos hasonlóság, és hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.

Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Bázisvektorok \vec{e}_i vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonló. Arány. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.
--------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság,	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.

eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatrendszerek jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, diagram, táblázat, módusz, medián, átlag, gyakoriság, relatív gyakoriság Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
---	---

- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számтан, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egy ismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) két ismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egy ismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).

	<ul style="list-style-type: none"> – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete. – Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete. – Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása. – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.
--	---

11–12. évfolyam

Korosztályi sajátosságok:

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és

térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

11. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	3 óra/hét
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20
2. Számтан, algebra	25
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20
4. Geometria	46
Összesen:	111

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 20 óra
--	---	----------------------------

Előzetes tudás	Sorba rendezési, leszámplálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráf modellje. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	

Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret
--	--	-----------------

		20 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika;</i> <i>kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		

A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika;</i> <i>kémia:</i> radioaktivitás.
---	--	---

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Színuszfüggvény, koszínuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 46 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, két ismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Színusztétel, koszínusztétel.	Általános eset, és különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszínusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszínusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszínusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	

Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	

Az egyenes egyenlete. Két párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú két ismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Pontthalmaz egyenlete; két ismeretlenes egyenletnek megfelelő pontthalmaz.
--------------------------------	--

12. osztály

Óraszámok:

Téma	Óraszámok
	4 óra/hét
1. Összefüggések, függvények, sorozatok	26
2. Geometria	36
3. Valószínűség, statisztika	16

4.Rendszerező összefoglalás	50
Összesen:	128

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat, mint lineáris függvény és a mértani sorozat, mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.

	<p>Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
--	---	--

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számítási sorozat, mértani sorozat.
--------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Geometria	Órakeret 36 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, két ismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat.
------------------------------------	--------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.</i>	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.

<p>Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.</p>	<p>A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése.</p> <p>Közzvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése.</p> <p>Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Rendszerező összefoglalás</p>	<p>Órakeret 50 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>A középiskolai matematika anyaga.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás.</p> <p>Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<p><i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.</p> <p><i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése.</p> <p>Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.</p>
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorba rendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok	

	halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú két ismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>

<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	

<p>A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, valamint oldalai és szögei között.</p> <p>A derékszögű háromszög oldalai, valamint oldalai és szögei közötti összefüggések.</p>	<p>A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.</p>	
<p>Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.</p> <p>Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.</p>	<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.</p>	
<p>Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.</p> <p>Számítási feladatok.</p>		
<p>Vektorok, és a vektorok koordinátái. Bázisrendszer.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.</p>		
<p>Vektorok alkalmazásai.</p>		
<p>Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.</p>	<p>Geometria és algebra összekapcsolása.</p>	
<p><i>Valószínűség-számítás, statisztika</i></p>		
<p>Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.</p>	<p>Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó</p>

		jellegű címadás felismerése.
<p>Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége.</p> <p>A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján.</p> <p>A véletlen törvényszerűségei.</p>	<p>A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p> <p>A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i></p> <p>szenvedélybetegségek és rizikófaktor.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételek, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.</p>	

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
---	--

- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudássegítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

	– A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
--	---

